

<b>Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf.</b> 107.251      W 2002/3 <a href="http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/">http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/</a>	Di 12-17    HS:
	<b>7.Blatt</b>
Werner GURKER      Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12    e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	26. November 2002

**7.1** Fortsetzung von **Bsp 6.6**: Ermitteln Sie für die sG  $Y$ :

- (a) die Verteilungsfunktion (mit Zeichnung);
- (b) die Dichte (mit Zeichnung).

Man verwende für (b) sowohl das Ergebnis von (a) als auch den Transformationssatz für Dichten.

**7.2**  $X$  sei eine normalverteilte sG,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Man ermittle für die transformierte sG:

$$Y = \left( \frac{X - \mu}{\sigma} \right)^2$$

- (a) die Verteilungsfunktion  $F_Y$ .
- (b) die Dichtefunktion  $f_Y$  (mit Zeichnung).

**7.3** Eine auf dem Intervall  $(0, 1)$  kontinuierlich uniform verteilte sG  $X$  wird mit dem Wert  $X = 0.8438$  beobachtet. Verwenden Sie diesen Wert, um jeweils eine Beobachtung der folgenden Verteilungen zu erzeugen:

- (a) Uniforme Verteilung auf dem Intervall  $(1, 3)$ ;
- (b) Poissonverteilung mit Mittel 2;
- (c) Normalverteilung mit Mittel 10 und Varianz 25.

*Hinweis:* Verwenden Sie die „Inversionsmethode“ (Inversion der Verteilungsfunktion).

**7.4** Man betrachte eine Liste von 1 Million Zahlen. Es ist bekannt, daß das (arithmetische) Mittel der Zahlen 10, das (arithmetische) Mittel ihrer Quadrate 101 ist.

- (a) Man ermittle eine obere Schranke für die Anzahl der Zahlen aus der Liste, die größer oder gleich 14 sind.
- (b) Wie läßt sich die Schranke von (a) verbessern, wenn bekannt ist, daß die Verteilung der Zahlen der Liste symmetrisch um 10 ist?
- (c) Was läßt sich über die Anzahl von (a) sagen, falls die Zahlen der Liste (zumindest annähernd) normalverteilt sind?

*Hinweis:* Man verwende (für (a) und (b)) die Tschebyscheff'sche Ungleichung; die sG  $X$  repräsentiere dabei eine zufällig der Liste entnommene Zahl. Bei (c) braucht man einen genauen Wert für  $\Phi(4)$  ( $\Phi(4) \approx 1$  ist zu grob); der auf 6 Stellen genaue Wert ist 0.999968.

**7.5** Jemand möchte die Gewinnwahrscheinlichkeit  $p$  auf einem bestimmten Spielautomaten ermitteln. Wie oft müßte er spielen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.90 die relative Häufigkeit der gewonnen Spiele vom unbekannten  $p$  um weniger als 5% (1%) unterscheidet? Man verwende zur Beantwortung die Tschebyscheff'sche Ungleichung.

**7.6** Man betrachte den folgenden zweistufigen Versuch: Zuerst wird zufällig eine Zahl aus 1, 2, 3, 4, 5 gezogen. Nachdem alle Zahlen, die kleiner als die gezogene Zahl sind (sofern vorhanden), „weggeworfen“ wurden, wird eine Zahl zufällig aus den noch verbleibenden Zahlen gezogen.  $X$  und  $Y$  seien die bei der ersten bzw. zweiten Ziehung gezogenen Zahlen. Ermitteln Sie:

- (a) die gemeinsame Verteilung von  $(X, Y)$ ;
- (b) die Randverteilungen von  $X$  und  $Y$ ;
- (c) die bedingte Verteilung von  $Y$ , falls  $X = 3$ ;
- (d) die bedingte Verteilung von  $X$ , falls  $Y = 3$ .